

**79**  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$       **a**  $\frac{1}{3} - 1$       **b**  $-\frac{1}{3}$       **c**  $-3$       **d**  $3$

**80**  $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-1} =$       **a**  $\frac{4}{5}$       **b**  $\frac{5}{4}$       **c**  $-\frac{5}{4}$       **d**  $-\frac{4}{5}$

**81**  $\frac{1}{3^{-2}} =$       **a**  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$       **b**  $-\frac{1}{9}$       **c**  $3^{-2}$       **d**  $9$

Calcola le seguenti potenze con esponente negativo.

**82**  $(-2)^{-3}; (+4)^{-1}; (-3)^{-2}; (-5)^{-3}; 5^{-2}; (-1)^{-6}$        $\left[-\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{9}; -\frac{1}{125}; \frac{1}{25}; 1\right]$

**83**  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}; \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}; \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}; \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$        $\left[-\frac{3}{2}; +\frac{4}{9}; \frac{5}{3}; \frac{9}{25}\right]$

**84**  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}; \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}; \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}; \left(+\frac{1}{3}\right)^{-2}; \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$        $\left[-8; 9; \frac{16}{9}; 9; \frac{81}{16}\right]$

Scrivi le seguenti espressioni sotto forma di potenze di un numero intero.

**ESEMPIO**

**ESERCIZIO SVOLTO**

**85**  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$        $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-3} = (-8)^3$

**86**  $\frac{1}{3}; \left(+\frac{1}{2}\right)^3; \left(-\frac{1}{5}\right)^4; \frac{1}{7^3}$        $[3^{-1}; 2^{-3}; (-5)^{-4} = 5^{-4}; 7^{-3}]$

**87**  $-\frac{1}{(-3)^2}; \frac{1}{9}; \frac{1}{-3^{-2}}; \frac{1}{10^4}$        $[-3^{-2}; 3^{-2}; -3^2; 10^{-4}]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

**ESEMPIO**

**ESERCIZI SVOLTI**

**88**  $7^{-3} \cdot 7^{-5} = 7^{-3+(-5)} = 7^{-8} = \frac{1}{7^8}$        $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2+4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

**89**  $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^{-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^{5+7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{12} = \frac{1}{3^{12}}$

oppure

$\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^{-7} = \frac{1}{3^5} \cdot 3^{-7} = 3^{-5} \cdot 3^{-7} = 3^{-5-7} = 3^{-12} = \frac{1}{3^{12}}$

**90**  $4^{15} : 4^{-10} = 4^{15-(-10)} = 4^{15+10} = 4^{25}$  oppure  $4^{15} : 4^{-10} = 4^{15} \cdot 4^{10} = 4^{15+10} = 4^{25}$

**91**  $(2^{-5})^{-6} = 2^{-5 \cdot (-6)} = 2^{30}$        $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3 \cdot 4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-12} = \left(\frac{3}{2}\right)^{12}$

**92**  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-7+(-4)+3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} = 5^8$

**93**  $\left(-\frac{2}{3}\right)^{10} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^7 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{10-(-5)-(-4)+7} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{10+5+4+7} =$   
 $= \left(-\frac{2}{3}\right)^{26} = \left(\frac{2}{3}\right)^{26}$

**94**  $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-4}$        $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5}$        $[5^4; 1]$

$$95 \quad \left[ \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : \left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^4 \right]^{-1} \left\{ - \left[ - \left(\frac{1}{5}\right)^{2 \cdot -3} \right]^{-1} \right\} \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \right]^2 \left[ -\frac{3}{4}; \frac{1}{5^6}; \frac{81}{16} \right]$$

$$96 \quad \left[ - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (-2)^{-3} \right]^4 : \left[ \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} : \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} \right]^2 \left\{ [(-1)^{-2}]^{-3} \right\}^2 \left[ \frac{1}{2^8}; 1 \right]$$

$$97 \quad [(-3)^{-1}]^2 \left[ \left(+\frac{1}{2}\right)^{-2} \right]^{-2} \left[ \left(+\frac{3}{2}\right)^{-3} \right]^{-1} \left[ \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \right]^{-1} \left[ \frac{1}{9}; \frac{1}{16}; \frac{27}{8}; \frac{1}{9} \right]$$

$$98 \quad \left\{ \left[ \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} \right]^{-2} \right\}^{-3} \left\{ [(-2)^{-2}]^{-1} \right\}^{-2} [(-2)^2]^{-3} \left\{ [(-3)^{-1}]^2 \right\}^{-2} \left[ 5^6; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}; 81 \right]$$

$$99 \quad 2^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 : (-2)^{-5} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \cdot 2^{-3} \cdot 5^4 : \left(-\frac{5}{2}\right)^3 \quad \left[ -\frac{1}{4}; -25 \right]$$

$$100 \quad \left[ \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1} \right]^{-3} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} + \frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-3)^{-2} \quad \left[ -\frac{2}{3}; -\frac{5}{9} \right]$$

$$101 \quad - \left[ 5^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} \right] \cdot \left[ \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} \right]^{-3} \cdot \left[ \left(-\frac{2}{5}\right)^{-4} \right]^{-1} ; \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : (1^{-1} + 2^{-2}) : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-3} \quad \left[ \frac{2^{11}}{5^{11}}; -\frac{200}{9} \right]$$

$$102 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot 3^6 \quad \left[ \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} \right]^{-2} : 5^{-4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} : 5^{12} \quad \left[ 64; \frac{1}{5^{20}} \right]$$

**ESERCIZI SVOLTI**

$$103 \quad \frac{(8^5 \cdot 2^3)^4 : 4^4}{8^5 \cdot 16^{-2}} = \frac{[(2^3)^5 \cdot 2^3]^4 : (2^2)^4}{(2^3)^5 \cdot (2^4)^{-2}} = \frac{(2^{15+3})^4 : 2^8}{2^{15} \cdot 2^{-8}} = \frac{2^{18 \cdot 4} : 2^8}{2^7} = 2^{72-8-7} = 2^{57}$$

$$104 \quad \frac{(3^4 : 27^{-3})^3 : \left(\frac{1}{243}\right)^{-3}}{(27 : 3^{-4})^2} = \frac{[3^4 : (3^3)^{-3}]^3 : (243)^3}{(3^3 : 3^{-4})^2} = \frac{(3^4 : 3^{-9})^3 : (3^5)^3}{(3^{3+4})^2} = \frac{3^{13 \cdot 3} : 3^{15}}{3^{14}} = \frac{3^{39-15}}{3^{14}} = 3^{24-14} = 3^{10}$$

$$105 \quad \frac{(4^3 \cdot 2^5)^3 \cdot 4^{-5}}{2^{-3} : 2^{-4}} \quad \frac{27^2 : (-3)^5 \cdot 9^{-3}}{81^{-4} \cdot (-3)^2} \quad [2^{22}; -3^9]$$

$$106 \quad \left[ (5^{-3})^2 \cdot (-25)^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \right] \cdot \left[ \left(1 - \frac{4}{5}\right)^{-2} \right]^5 \quad \left[ \frac{1}{125} \right]$$

$$107 \quad \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3} \quad \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3}{\left(\frac{9}{4}\right)^4} \quad \left[ 1; \left(\frac{2}{3}\right)^{21} \right]$$

$$108 \quad \frac{\left[ \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \right]^{-3} : \frac{1}{25}}{\left(-\frac{1}{25}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}} \quad \frac{\left[ \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \right]^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-8}}{\left[ \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-14} \right]^2} \cdot \left(\frac{125}{27}\right)^{-10} \quad \left[ \frac{1}{5^7}; \left(\frac{3}{5}\right)^{74} \right]$$

$$109 \quad \left[ \frac{2^{-3} : 2^{-8}}{8^{-1} : 32^{-3}} \cdot 2^7 + \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 9^4}{\left(-\frac{1}{27}\right)^{-4} : 3^{-11}} : 3^{-20} \right]^5 \quad [32]$$

**ESERCIZIO SVOLTO**

**110**  $\frac{6^4 \cdot 12^{-5}}{\left(\frac{1}{18}\right)^3}$

Possiamo scrivere l'espressione data nella forma  $6^4 \cdot 12^{-5} : \left(\frac{1}{18}\right)^3 = 6^4 \cdot 12^{-5} \cdot 18^3$ .

Ora conviene scomporre in fattori primi le basi delle potenze e applicare le varie proprietà delle potenze. L'espressione considerata diventa così

$$(2 \cdot 3)^4 \cdot (2^2 \cdot 3)^{-5} \cdot (2 \cdot 3^2)^3 = \underline{2^4} \cdot \underline{3^4} \cdot \underline{2^{-10}} \cdot \underline{3^{-5}} \cdot \underline{2^3} \cdot \underline{3^6} = 2^{4+(-10)+3} \cdot 3^{4+(-5)+6} = 2^{-3} \cdot 3^5$$

Il risultato dell'espressione data può essere scritto anche

$$\frac{3^5}{2^3} \quad \text{oppure} \quad \frac{243}{8}$$

**111**  $12^6 \cdot 24^3 \cdot 18^{-4}$        $\frac{18^8 \cdot 12^{-1}}{24^{-4}}$        $6^4 : 12^{-5} \cdot 18^3$        $[2^{17} \cdot 3; 2^{13} \cdot 3^9; 2^{17} \cdot 3^{15}]$

**112**  $12^3 \cdot 18^{-2} : 24^{-1}$        $6^{-3} \cdot (-36)^{-3} : \left[6 + \left(-\frac{1}{18}\right)^{-1}\right]^{-3} \cdot 27$        $\left[128; \frac{1}{216}\right]$

**113**  $\frac{144^{20} : 18^{-11} : \left(-\frac{1}{12}\right)^{-4}}{36^5}$        $\frac{-75 : (-5)^{-3} \cdot 27^{-2}}{\left(\frac{1}{25}\right)^{-4}}$        $\left[2^{73} \cdot 3^{48}; \frac{1}{3^5 \cdot 5^3}\right]$

**114**  $\frac{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{2^4}{3^5}}{-3^2 \cdot \frac{1}{81} : 6^{-2} + 2^3 : 2^5 : 2^{-3}}$        $\left(\frac{12^3 : 18^{-2}}{6^{-4}} - \frac{24^6 \cdot 3^5}{2^3}\right)^0$        $\left[\frac{1}{4}; \text{non ha significato}\right]$

**ESERCIZI DI RIEPILOGO SULLE OPERAZIONI CON I NUMERI RAZIONALI**

- D **115** Calcola il quoziente tra il reciproco di  $-15$  e l'opposto della somma tra  $-\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{5}$ .  $\left[-\frac{1}{2}\right]$
- D **116** Calcola la somma tra il quadrato dell'opposto di  $\frac{2}{3}$  e il reciproco della differenza tra  $2$  e  $\frac{1}{4}$ .  $\left[\frac{64}{63}\right]$
- D **117** Traduci in un'espressione le seguenti operazioni: dividere l'opposto della somma tra il quadrato di  $-\frac{1}{4}$  e il cubo di  $\frac{1}{2}$  per il reciproco della differenza tra  $\left(-1 + \frac{1}{3}\right)^2$  e il cubo di  $\left(1 + \frac{1}{3}\right)$ . Calcola poi il valore dell'espressione ottenuta.  $\left[\frac{13}{36}\right]$
- D **118** Moltiplica il reciproco del quadrato della somma di  $10$  con il cubo di  $-3$  per la somma del quadrato di  $-7$  con il prodotto di  $15$  per la quarta potenza di  $-2$ . Calcola il valore dell'espressione ottenuta.  $[1]$
- D **119** Sottrai il quadrato della differenza fra  $+3$  e  $+2$  dal cubo del reciproco di  $-3$ ; dividi il risultato per l'opposto del quadrato di  $\left(1 - \frac{1}{3}\right)$ . Calcola il valore dell'espressione ottenuta.  $\left[\frac{7}{3}\right]$
- D **120** Aggiungi al quadrato della differenza tra  $-3$  e  $-5$  la differenza tra il quadrato di  $-3$  e il quadrato di  $-5$ ; moltiplica il reciproco del risultato per l'opposto del cubo di  $\left(-1 - \frac{1}{2}\right)$ . Calcola il valore dell'espressione ottenuta.  $\left[-\frac{9}{32}\right]$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

**121**  $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - 2^2\right]^2 : \frac{25}{9} + \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right)^{-1}$  [6]

**122**  $\left[\left(-1 - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right)\right]^2 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} - 2^2\right]^2$  [1]

**123**  $(-2)^{-2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{6}\right)^2 : \left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^{-2}\right]^2$   $\left[\frac{5}{4}\right]$

**124**  $\left[\frac{2}{5} : \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 1\right] \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-2 - \frac{1}{3}\right)^{-2}$   $\left[-\frac{9}{7}\right]$

**125**  $\frac{1}{5} : \left[\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2\right] - \left[-\frac{1}{2} + \left(-2 - \frac{1}{2}\right)^{-1}\right]$   $\left[\frac{17}{5}\right]$

**126** *INVARIANTE*  
 $-4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{7}{30} - \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right)\right] : \left(1 + \frac{4}{7}\right)^{-1}$  [1]

**127**  $\frac{3}{4} : \left(-1 + \frac{5}{3} \cdot 6\right) \cdot \left(\frac{7}{3} - 3 : \frac{9}{2}\right) + \left|-1 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)\right| - \left|\frac{1}{3} - \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right|$   $\left[\frac{11}{36}\right]$

**128**  $\left\{\left[\left(\frac{6}{5} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{7}{6} - \frac{4}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{3}\right)^{-2} : \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2\right] : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right)\right\}^{-1}$   $\left[-\frac{5}{3}\right]$

**129**  $\left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{11} - \frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{10} \cdot 2\right) : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-6}\right]^4 - \frac{1}{2^{25}}$   $\left[-\frac{1}{2^{24}}\right]$

**130**  $\left[\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} + \frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{5}}{-3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}\right] \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{43}{20}$  [0]

**131**  $\frac{-\left(2 - \frac{1}{2}\right)^{-3} - \left[\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right)\right]^{-1}}{\left\{-2^3 \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2\right] - 9\right\}^{-3}}$  [-53]

**132**  $\frac{\left[\left(-\frac{4}{3}\right)^{-1} \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{7}{9}\right] : \left[(-3)^{-1} : (-3)^{-2} + \frac{1}{2}\right] - 3^{-2}}{\left[(-3^4) : (-3^2)\right]^{-1}}$  [1]

**133**  $\frac{(2^{-3} - 2^{-2}) \cdot (-2)^3 + \left[5^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{4}{15}\right)^2}{-5^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right)^{-2}}$  [0]

**134**  $\frac{-4 \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{7}{30} - \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right)\right]}{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 1\right) - \left[-2^2 \left(3 - \frac{1}{2}\right) + 2 \left(3 + \frac{1}{2}\right)\right]}$   $\left[\frac{5}{22}\right]$

**135**  $\frac{\left[-\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \frac{1}{9}\right] : \frac{11}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{5} - \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^7 \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{4 \cdot 3}\right] : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{4 \cdot 5}\right] : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{2 \cdot 3}\right]}$  [non ha significato]